

**KARTA KURSU**  
Studia stacjonarne I stopnia

2016/2017

Nazwa	Analiza matematyczna w fizyce 2
Nazwa w j. ang.	<i>Mathematical Analysis in Physics 2</i>

Kod	11.1- -081	Punktacja ECTS*	7
-----	------------	-----------------	---

Koordinator	Dr Dariusz Wcisło	<u>ZESPÓŁ DYDAKTYCZNY</u> Dr Dariusz Wcisło Dr Jacek Gruszcza Dr Katarzyna Bajan
-------------	-------------------	---

Opis kursu (cele kształcenia)

Uzyskanie wiadomości teoretycznych i umiejętności rachunkowych w zakresie rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych wielu zmiennych wraz z elementami teorii pola wektorowego. Zapoznanie studentów z wybranymi strukturami współczesnej analizy matematycznej i wypracowanie umiejętności stosowania wprowadzonych pojęć i metod analizy matematycznej w praktyce.  
Przedmiot prowadzony w języku polskim.

Warunki wstępne

Wiedza	Analiza matematyczna w zakresie funkcji jednej zmiennej
Umiejętności	Różniczkowanie i całkowanie funkcji jednej zmiennej
Kursy	Analiza matematyczna I, Algebra

## Efekty kształcenia

	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	<p>W1 Student zna pojęcia funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej wielu zmiennych, funkcji złożonej, pojęcia granicy i ciągłości, pochodne cząstkowe, gradient funkcji oraz pochodną kierunkową. Student zna różniczki funkcji wielu zmiennych i funkcji złożonej oraz wzór Taylora dla funkcji wielu zmiennych. Student rozróżnia ekstrema lokalne, globalne, warunkowe i zna metody ich wyznaczania.</p> <p>W2 Student zna pojęcia całki Riemanna dla funkcji dwóch i trzech zmiennych oraz zna podstawowe twierdzenia związane z obliczaniem i zastosowaniami tych całek.</p> <p>W3 Student zna całki krzywoliniowe skierowane i całki krzywoliniowe nieskierowane, ich własności i zastosowania oraz najważniejsze twierdzenia z nimi związane.</p> <p>W4 Student zna całki powierzchniowe nieorientowane i całki powierzchniowe zorientowane, ich własności i zastosowania oraz najważniejsze twierdzenia z nimi związane.</p> <p>W5 Student zna elementarne pojęcia teorii pól wektorowych, wybrane operatory różniczkowe: gradient, rotacja, dywergencja, operator nabla; wie co to jest pole potencjalne i praca w polu potencjalnym. Student zna twierdzenie Stokesa w języku pola wektorowego i twierdzenia Gaussa o dywergencji w języku pola wektorowego. Student rozumie zagadnienia praktyczne opisane w literaturze w języku teorii pól wektorowych.</p>	K_W07 – K_W12

	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	<p>U1 Student potrafi obliczać granice i granice iterowane funkcji dwóch i trzech zmiennych, badać ciągłość funkcji. Ponadto student umie obliczać pochodne cząstkowe i pochodne kierunkowe. Student umie wyznaczać ekstrema lokalne, globalne, warunkowe.</p> <p>U2 Student umie obliczać podwójne i potrójne całki Riemanna oraz zna ich praktyczne zastosowania.</p> <p>U3 Student samodzielnie oblicza całki krzywoliniowe skierowane i całki krzywoliniowe nieskierowane, zna twierdzenie Greena i umie je stosować.</p> <p>U4 Student umie obliczać całki powierzchniowe nieorientowane i całki powierzchniowe zorientowane, zna i umie stosować twierdzenie Gaussa o dywergencji i twierdzenie Stokesa.</p> <p>U5 Student zna elementarne pojęcia teorii pól wektorowych, potrafi stosować wybrane operatory różniczkowe: gradient, rotacja, dywergencja, operator nabra; wie co to jest pole potencjalne i praca w polu potencjalnym, umie znajdować różne wielkości fizyczne wykorzystując odpowiednie operatory różniczkowe. Student zna twierdzenie Stokesa w języku pola wektorowego i twierdzenia Gaussa o dywergencji w języku pola wektorowego. Student rozumie zagadnienia praktyczne opisane w literaturze w języku teorii pól wektorowych. Student potrafi przygotować referat z tej dziedziny.</p>	K_U01-K_U25

	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	<p>K1 Student zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych.</p> <p>K2 Student potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania.</p> <p>K3 Student potrafi pracować zespołowo; rozumie konieczność systematycznej pracy nad wszelkimi projektami, które mają długofalowy charakter.</p> <p>K4 Student rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie.</p> <p>K5 Student rozumie potrzebę popularnego przedstawiania laikom wybranych osiągnięć matematyki wyższej, potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych i stosować fachową argumentację.</p>	K_K01-K_K16

Organizacja											
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach									
		A		K		L		S		P	E
Liczba godzin	30	45									

Opis metod prowadzenia zajęć

W ćwiczeniach audytoryjnych preferowane są metody aktywizujące: metoda dyskusji dydaktycznej i metoda problemowa.

# Formy sprawdzania efektów kształcenia

	E - le ar ni ng	G ry d y d a k t y c z n e	Ć wi cz e ni a w sz k o l e	Z aj ęc ia te re n o w e	Pr a c a l a b o r a t o r y j n a	Pr o j e k t i n d y w i d u a l n y	Pr o j e k t g r u p o w y	U d zi a ł w d y s k u s j i	R e f e r a t	Pra ca pis em na (es ej)	E g z a m i n u s t n y	E g z a m i n p i s e m n y	In n e
W01						x		x			x	x	
W02						x		x			x	x	
W03						x		x			x	x	
W04						x		x	x		x	x	
W05						x	x	x			x	x	
U01							x	x			x	x	
U02							x	x			x	x	
U03							x	x			x	x	
U04						x		x	x		x	x	
U05							x	x			x	x	
K01						x	x	x	x		x	x	
K02						x	x	x			x	x	
K03						x		x			x	x	
K04						x		x			x	x	
K05						x		x			x	x	

Kryteria oceny	BARDZO DOBRY
	W1-U1 Student zna definicje i potrafi obliczać granice i granice iterowane funkcji dwóch zmiennych, badać ciągłość funkcji. Ponadto student umie obliczać pochodne cząstkowe i pochodne kierunkowe. Student umie wyznaczać ekstrema lokalne, globalne, warunkowe funkcji dwóch i trzech zmiennych. Student zna definicję i stosowne twierdzenia o funkcji uwikłanej i potrafi znajdować jej ekstrema.
	W2-U2 Student zna definicje i umie obliczać całki Riemanna podwójne i potrójne oraz zna ich praktyczne zastosowania.
	W3-U3 Student zna definicje i samodzielnie oblicza całki krzywoliniowe skierowane i całki krzywoliniowe nieskierowane, zna twierdzenie Greena i umie je stosować.
	W4-U4 Student zna definicje i umie obliczać całki powierzchniowe niezorientowane i całki powierzchniowe zorientowane, zna i umie stosować twierdzenie Gaussa o dywergencji i twierdzenie Stokesa.
	W5-U5 Student zna elementarne pojęcia teorii pól wektorowych, potrafi stosować wybrane operatory różniczkowe: gradient, rotacja, dywergencja, operator nabla; wie, co to jest pole potencjalne i praca w polu potencjalnym, umie znajdować różne wielkości fizyczne wykorzystując odpowiednie operatory różniczkowe. Student zna twierdzenie Stokesa w języku pola wektorowego i twierdzenie Gaussa o dywergencji w języku pola wektorowego. Student rozumie zagadnienia praktyczne opisane w

literaturze w języku teorii pól wektorowych. Student potrafi przygotować referat z tej dziedziny. W oparciu o zdobytą wiedzę z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych oraz potrafi samodzielnie rozwiązywać problemy fizyczne.

#### PLUS DOBRY

W1-U1 Student zna definicje i potrafi obliczać granice i granice iterowane funkcji dwóch zmiennych, umie badać ciągłość funkcji. Ponadto student oblicza pochodne cząstkowe i pochodne kierunkowe. Student umie wyznaczać ekstrema lokalne, globalne, warunkowe funkcji dwóch zmiennych, zna definicję i stosowne twierdzenia o funkcji uwikłanej.

W2-U2 Student zna definicje i umie obliczać podwójne i potrójne całki Riemanna oraz zna ich praktyczne zastosowania.

W3-U3 Student zna definicje i samodzielnie oblicza całki krzywoliniowe skierowane i całki krzywoliniowe nieskierowane, zna twierdzenie Greena i umie je stosować

W4-U4 Student zna definicje i umie obliczać całki powierzchniowe nieorientowane i całki powierzchniowe zorientowane, zna i umie stosować twierdzenie Gaussa o dywergencji i twierdzenie Stokesa

W5-U5 Student zna elementarne pojęcia teorii pól wektorowych, potrafi stosować wybrane operatory różniczkowe: gradient, rotacja, dywergencja, operator nabla; wie, co to jest pole potencjalne i praca w polu potencjalnym, umie znajdować różne wielkości fizyczne wykorzystując odpowiednie operatory różniczkowe. Student zna twierdzenie Stokesa w języku pola wektorowego i twierdzenie Gaussa o dywergencji w języku pola wektorowego. Student rozumie zagadnienia praktyczne opisane w literaturze. Student potrafi przygotować referat z tej dziedziny. Korzystając z literatury fachowej student potrafi stosować zdobytą wiedzę z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych do rozwiązywania problemów fizycznych.

#### DOBRY

W1-U1 Student zna definicje i potrafi obliczać granice funkcji dwóch zmiennych, umie badać ciągłość funkcji. Ponadto student oblicza pochodne cząstkowe i pochodne kierunkowe. Student umie wyznaczać ekstrema lokalne, globalne, warunkowe funkcji dwóch zmiennych.

W2-U2 Student zna definicje i umie obliczać podwójne i potrójne całki Riemanna oraz zna ich praktyczne zastosowania.

W3-U3 Student samodzielnie oblicza całki krzywoliniowe skierowane i całki krzywoliniowe nieskierowane, zna twierdzenie Greena i umie je stosować.

W4-U4 Student umie obliczać całki powierzchniowe nieorientowane i całki powierzchniowe zorientowane, zna i umie stosować twierdzenie Gaussa o dywergencji i twierdzenie Stokesa.

W5-U5 Student zna elementarne pojęcia teorii pól wektorowych, potrafi stosować wybrane operatory różniczkowe: gradient, rotacja, dywergencja, operator nabla; wie co to jest pole potencjalne i praca w polu potencjalnym, umie znajdować różne wielkości fizyczne wykorzystując odpowiednie operatory różniczkowe. Student zna twierdzenie Stokesa w języku pola wektorowego i twierdzenie Gaussa o dywergencji w języku pola wektorowego. Student rozumie zagadnienia praktyczne opisane w literaturze.

#### PLUS DOSTATECZNY

W1-U1 Student potrafi obliczać granice funkcji dwóch zmiennych, umie badać ciągłość funkcji. Ponadto student oblicza pochodne cząstkowe i pochodne kierunkowe. Student umie wyznaczać ekstrema lokalne i globalne funkcji dwóch zmiennych.

W2-U2 Student umie obliczać podwójne i potrójne całki Riemanna oraz zna ich praktyczne zastosowania.

W3-U3 Student samodzielnie oblicza całki krzywoliniowe skierowane i całki krzywoliniowe nieskierowane, zna twierdzenie Greena i umie je stosować.

W4-U4 Student umie obliczać całki powierzchniowe nieorientowane i całki powierzchniowe zorientowane, zna i umie stosować twierdzenie Gaussa o dywergencji i twierdzenie Stokesa.

W5-U5 Student zna i potrafi stosować wybrane operatory różniczkowe: gradient, rotacja, dywergencja, operator nabla; wie, co to jest pole potencjalne i praca w polu potencjalnym, umie znajdować różne wielkości fizyczne wykorzystując odpowiednie operatory różniczkowe. Student zna twierdzenie Stokesa w języku pola wektorowego i twierdzenie Gaussa o dywergencji w języku pola wektorowego.

#### DOSTATECZNY

W1-U1 Student potrafi obliczać granice funkcji dwóch zmiennych, umie badać ciągłość funkcji. Ponadto student oblicza pochodne cząstkowe i pochodne kierunkowe. Student umie wyznaczać ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych.

W2-U2 Student umie obliczać podwójne i potrójne całki Riemanna.

W3-U3 Student samodzielnie oblicza całki krzywoliniowe skierowane i całki krzywoliniowe nieskierowane, zna twierdzenie Greena i umie je stosować.

W4-U4 Student umie obliczać całki powierzchniowe nieorientowane i całki powierzchniowe zorientowane, zna i umie stosować twierdzenie Gaussa o dywergencji i twierdzenie Stokesa

W5-U5 Student zna i potrafi stosować wybrane operatory różniczkowe: gradient, rotacja, dywergencja, operator nabla. Student zna twierdzenie Stokesa w języku pola wektorowego i twierdzenie Gaussa o dywergencji w języku pola wektorowego.

#### NIEDOSTATECZNY

W1-U1 Student nie zna definicji i nie potrafi obliczać granic oraz granic iterowanych funkcji dwóch zmiennych, nie umie badać ciągłości funkcji. Ponadto student nie umie obliczać pochodnych cząstkowych i pochodnych kierunkowych. Student nie zna definicji i nie umie wyznaczać ekstremów lokalnych, globalnych a także warunkowych funkcji dwóch i trzech zmiennych. Student nie zna definicji i twierdzenia o funkcji uwikłanej.

W2-U2 Student nie zna definicji i nie umie obliczać podwójnych i potrójnych całek Riemanna oraz nie zna ich praktycznych zastosowań.

W3-U3 Student nie zna definicji i nie umie obliczać całki krzywoliniowej

	<p>skierowanej i całki krzywoliniowej nieskierowanej, nie zna twierdzenia Greena.</p> <p>W4-U4 Student nie zna definicji i nie umie obliczać całki powierzchniowej niezorientowanej i całki powierzchniowej zorientowanej, nie zna twierdzenia Gaussa o dywergencji i twierdzenia Stokesa.</p> <p>W5-U5 Student nie zna elementarnych pojęć teorii pól wektorowych, nie zna i nie potrafi stosować operatorów różniczkowych takich jak: gradient, rotacja, dywergencja, operator nabla; nie wie co to jest pole potencjalne i praca w polu potencjalnym. Student nie zna twierdzenia Stokesa w języku pola wektorowego i twierdzenia Gaussa o dywergencji w języku pola wektorowego. Student nie potrafi korzystać z literatury.</p>
--	--

Uwagi	
-------	--

#### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Funkcje wielu zmiennych - granica i ciągłość, pochodne cząstkowe, gradient funkcji. Pochodna kierunkowa.</li> <li>2. Różniczkowanie odwzorowań z przestrzeni kartezjańskiej <math>n</math>-wymiarowej do przestrzeni kartezjańskiej <math>m</math>-wymiarowej. Różniczkowanie funkcji wielu zmiennych i funkcji złożonej. Wzór Taylora dla funkcji wielu zmiennych.</li> <li>3. Całki podwójne. Własności całek podwójnych. Twierdzenie Fubiniego o iteracji. Obliczanie całek podwójnych w obszarach normalnych. Twierdzenie o zamianie zmiennych dla całek podwójnych. Zastosowania całek podwójnych.</li> <li>4. Całki potrójne. Własności całek potrójnych. Obliczanie całek potrójnych w obszarach normalnych. Twierdzenia o zamianie zmiennych dla całek potrójnych. Zastosowania całek potrójnych.</li> <li>5. Całki krzywoliniowe skierowane. Twierdzenie o zamianie całki krzywoliniowej skierowanej na całkę oznaczoną. Twierdzenie Greena. Niezależność całki krzywoliniowej skierowanej od drogi całkowania.</li> <li>6. Całka krzywoliniowa nieskierowana. Własności całki krzywoliniowej nieskierowanej i jej zastosowanie. Twierdzenie o zamianie całki krzywoliniowej nieskierowanej na całkę oznaczoną.</li> <li>7. Całki powierzchniowe niezorientowane. Własności całek powierzchniowych niezorientowanych. Obliczanie całek powierzchniowych niezorientowanych i ich zastosowanie.</li> <li>8. Całki powierzchniowe zorientowane. Własności całek powierzchniowych zorientowanych. Obliczanie całek powierzchniowych zorientowanych i ich zastosowanie. Twierdzenie Gaussa o dywergencji i twierdzenie Stokesa.</li> <li>9. Elementarne pojęcia teorii pól wektorowych. Wybrane operatory różniczkowe: gradient, rotacja, dywergencja, operator nabla. Pole potencjalne. Praca w polu potencjalnym.</li> <li>10. Strumień rotacji wektora przez powierzchnię. Twierdzenie Stokesa w języku pola wektorowego. Strumień wektora przez powierzchnię. Twierdzenia Gaussa o dywergencji w języku pola wektorowego.</li> </ol>	
--	--

#### Wykaz literatury podstawowej



1. J. Koroński, „Wykłady i ćwiczenia z matematyki”, cz.II, Wyd. PK, Kraków 2011
2. R. Rudnicki, „Wykłady z analizy matematycznej”, PWN, Warszawa 2001
3. W. Krywicki, L. Włodarski, „Analiza matematyczna w zadaniach”, cz.II, PWN, Warszawa 2008

#### Wykaz literatury uzupełniającej

1. F. Leja, „Rachunek różniczkowy i całkowy”, PWN, Warszawa 1979
2. W. Stankiewicz, „Zadania z matematyki część AB dla wyższych uczelni technicznych”, PWN, Warszawa 2006
3. G. I. Zaporozec, „Metody rozwiązywania zadań z analizy matematycznej”, WNT, Warszawa 1967

#### Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

Ilość godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	30
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	45
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	30
Ilość godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	20
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	20
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	20
	Przygotowanie do egzaminu	45
Ogółem bilans czasu pracy		210
Ilość punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		7