

**KARTA KURSU**

## Studia stacjonarne I stopnia Fizyka

Nazwa	Algebra dla fizyków
Nazwa w j. ang.	Linear Algebra for Physicists

Koordynator	dr Jacek Gruszcza	Zespół dydaktyczny
		dr Jacek Gruszcza
Punktacja ECTS*	6	

## Opis kursu (cele kształcenia)

Uzyskanie wiadomości teoretycznych oraz nabycie umiejętności praktycznych w dziedzinie struktur liniowych. Zapoznanie studentów z najważniejszymi strukturami algebry liniowej i wypracowanie umiejętności stosowania wprowadzonych pojęć algebry liniowej w praktyce. Przedmiot prowadzony w języku polskim.

## Warunki wstępne

Wiedza	Do studiowania algebry liniowej oczekiwana jest zaliczona matura z matematyki najlepiej na poziomie rozszerzonym. Konieczna jest znajomość podstawowych pojęć matematycznych: zdań logicznych, kwantyfikatorów, działań na zbiorach, funkcji.
Umiejętności	Biegłość rachunkowa w zakresie matematyki objętej programem szkoły średniej.
Kursy	Brak

## Efekty kształcenia

Wiedza	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
--------	-----------------------------	-------------------------------------

	<p><b>W01-</b> Student zna podstawowe struktury algebraiczne takie jak grupy i ciała. Student zna pojęcie ciała liczb zespolonych oraz treść podstawowego twierdzenia algebry.</p> <p><b>W02-</b> Student zna grupę permutacji zbioru o dowolnej liczbie elementów oraz podział na permutacje parzyste i nieparzyste. Student zna definicję symbolu Levi – Civity.</p> <p><b>W03-</b> Student zna definicję macierzy oraz podstawowe operacje wykonywane na macierzach. Student zna rozmaite typy macierzy: symetryczne, antysymetryczne, hermitowskie, antyhermitowskie, osobliwe i nieosobliwe.</p> <p><b>W04-</b> Student zna definicję wyznacznika oraz wszystkie jego najważniejsze własności. Student zna twierdzenie o macierzy odwrotnej do danej oraz wzory Cramera. Student zna pojęcia grup macierzowych: liniowej, ortogonalnej, unitarnej.</p> <p><b>W05-</b> Student zna i rozumie definicje przestrzeni wektorowej rzeczywistej i zespolonej. Student zna pojęcie liniowej niezależności wektorów oraz powłoki liniowej i podprzestrzeni wektorowej. Student zna pojęcie bazy przestrzeni wektorowej.</p> <p><b>W06-</b> Student zna różne (równoważne) definicje rzędu macierzy oraz zna wszystkie najważniejsze własności rzędu macierzy a także jego związek z wymiarem powłoki liniowej rozpinanej przez skończoną rodzinę wektorów. Student zna twierdzenie Kroneckera – Capelliego.</p> <p><b>W07-</b> Student zna pojęcie formy liniowej oraz odwzorowania liniowego i operatora oraz reprezentacje tych pojęć w ustalonych bazach przestrzeni wektorowych. Student zna związek pomiędzy wymiarami jądra i obrazu odwzorowania liniowego a także związek pomiędzy rzędem macierzy reprezentującej dane odwzorowanie liniowe a wymiarem obrazu tego odwzorowania.</p> <p><b>W08-</b> Student wie w jaki sposób zmieniają się składowe formy liniowej i wektora przy zmianie bazy – potrafi rozróżniać wielkości kowariantne od kontrawariantnych. Student wie w jaki sposób zmieniają się elementy macierzowe odwzorowania liniowego (operatora) przy zmianie bazy.</p> <p><b>W09-</b> Student zna pojęcie formy dwuliniowej i hermitowskiej oraz wie w jaki sposób zmieniają się składowe tych wielkości przy zmianie bazy. Student wie co to jest forma kwadratowa rzeczywista i potrafi ją sprowadzić do postaci kanonicznej stosując metodę Lagrange’a. Potrafi on także rozstrzygnąć problem określoności formy kwadratowej.</p> <p><b>W10-</b> Student zna pojęcie iloczynu skalarnego a także wie czym są przestrzenie: euklidesowa i unitarna oraz zna nierówność Schwarz’a, wie co to jest norma wektora oraz zna procedurę ortonormalizacji Grama – Schmidta.</p> <p><b>W11-</b> Student wie czym są wartości własne i wektory własne operatora liniowego. Student zna podstawowe twierdzenia o wartościach własnych i wektorach własnych operatorów: symetrycznych, hermitowskich, unitarnych, normalnych.</p> <p><b>W12-</b> Student wie co to jest macierz Grama oraz zna iloczyn wektorowy i jego podstawowe własności. Student zna geometryczne znaczenia wyznacznika.</p>	<p>K_W01</p> <p>K_W04</p>
--	--	---------------------------

	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	<p><b>U01-</b> Student potrafi wykonywać działania na liczbach zespolonych m.in. potrafi wyznaczać potęgi, pierwiastki z liczby zespolonej oraz pierwiastki zespolone wielomianów.</p> <p><b>U02-</b> Student potrafi rozstrzygnąć czy zbiór permutacji, (z działaniem będącym składaniem odwzorowań) jest grupą i czy dana permutacja jest parzysta czy nieparzysta.</p> <p><b>U03-</b> Student umie wykonywać działania na macierzach, potrafi obliczyć wyznacznik macierzy a także wyznaczyć macierz odwrotną do danej.</p> <p><b>U04-</b> Student potrafi rozstrzygnąć czy dany układ równań jest układem Cramera i jeśli tak to potrafi wyznaczyć rozwiązanie tego układu.</p> <p><b>U05-</b> Student potrafi wyznaczyć rząd macierzy a także wyznaczyć wymiar powłoki liniowej rozpiętej przez skończony układ wektorów.</p> <p><b>U06-</b> Student potrafi wyznaczyć ogólne rozwiązanie układu równań liniowych.</p> <p><b>U07-</b> Student potrafi rozstrzygnąć czy dany układ wektorów jest bazą przestrzeni wektorowej a także potrafi wyznaczać składowe wektorów i form liniowych w różnych bazach.</p> <p><b>U08-</b> Student potrafi wyznaczyć macierz odwzorowania liniowego w różnych bazach.</p> <p><b>U09-</b> Student umie wyznaczyć macierz formy dwuliniowej i hermitowskiej w różnych bazach.</p> <p><b>U10-</b> Student potrafi sprowadzić formę kwadratową do postaci kanonicznej (różnymi sposobami) oraz zbadać określoność formy.</p> <p><b>U11-</b> Student umie rozstrzygnąć czy dana baza jest ortonormalna a także potrafi zortonormalizować dowolną bazę.</p> <p><b>U12-</b> Student umie wyznaczać wartości i wektory własne macierzy: ortogonalnych, unitarnych, symetrycznych i hermitowskich.</p>	K_U01

	Efekt kształcenia dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	<p><b>K01-</b> Student zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych.</p> <p><b>K02-</b> Student potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania.</p> <p><b>K03-</b> Student potrafi pracować zespołowo; rozumie konieczność systematycznej pracy nad wszelkimi projektami, które mają długofalowy charakter.</p> <p><b>K04-</b> Student rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób; postępuje etycznie.</p>	K_K01

Organizacja											
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach									
		A		K		L		S		P	E
Liczba godzin	30	30									

### Opis metod prowadzenia zajęć

Podczas wykładów preferowane są metody aktywizujące i motywujące: metody dyskusji, intuicyjne przedstawianie pojęć abstrakcyjnych oraz historyczne sytuacje problemowe, które doprowadziły do wyłonienia się danej koncepcji lub teorii; motywujące są wzmianki o ewentualnych zastosowaniach fizycznych poszczególnych pojęć.

Celem zajęć audytoryjnych jest zapoznanie się z konkretnymi przykładami pojęć abstrakcyjnych i wyrobienie u studentów biegłości rachunkowej.

### Formy sprawdzania efektów kształcenia

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny	Projekt grupowy	Udział w dyskusji	Referat	Praca pisemna (esej)	Egzamin ustny	Egzamin pisemny	Inne
W1						x		x			X		
W2						x					X		
W3						x		x			X		
W4						x					X		
						x					X		
W5						x		x			X		
W6						x					X		
W7						x		x			X		
W8						x		x			X		
W9						x					X		
W10						x					X		
W11						x		x			X		
W12						x		x			X		
U1						x				x			
U2						x				x			
U3						x				x			
U4						x				x			
U5						x				x			
U6						x				x			
U7						x				x			

U8						X				X			
U9						X				X			
U10						X				X			
U11						X				X			
U12						X				X			
K1								X					
K2								X					
K3								X					
K4								X					

Kryteria oceny	<p>Ocena końcowa jest średnią ocen następujących ocen cząstkowych:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ocena z egzaminu ustnego,</li> <li>- oceny aktywności na zajęciach</li> </ul>	
----------------	---	--

Uwagi	<p><b>KRYTERIA OCENY:</b></p> <p><b>BARDZO DOBRY</b></p> <p>Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4 i wykazuje samodzielność, operatywność i twórcze podejście w ich stosowaniu w procesie edukacyjnym.</p> <p><b>DOBRY</b></p> <p>Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4. Wykorzystuje je w procesie edukacyjnym według wskazówek nauczyciela akademickiego.</p> <p><b>DOSTATECZNY</b></p> <p>Student posiada wiedzę i umiejętności wymienione w punktach W1 – W12, U1 – U12 oraz kompetencje K1 – K4. Stosuje je w procesie edukacyjnym według szczegółowych instrukcji nauczyciela akademickiego.</p> <p><b>NIEDOSTATECZNY</b></p> <p>Student nie opanował wiedzy wymienionej w punktach W1 – W12 ani nie osiągnął większości wspomnianych umiejętności i kompetencji.</p>	
-------	--	--

#### Treści merytoryczne (wykaz tematów)

<p>Podstawowe struktury algebraiczne: grupy i ciała.</p> <p>Ciało liczb zespolonych.</p> <p>Podstawowe twierdzenia algebry.</p> <p>Grupa permutacji zbioru o dowolnej liczbie elementów oraz podział na permutacje parzyste i nieparzyste.</p> <p>Definicja i znaczenie symbolu alternującego Levi – Civity.</p> <p>Definicja macierzy oraz podstawowe operacje wykonywane na macierzach.</p> <p>Różne typy macierzy: symetryczne, antysymetryczne, hermitowskie, antyhermitowskie, osobliwe i nieosobliwe.</p> <p>Ślad macierzy i jego podstawowe własności.</p> <p>Definicja wyznacznika oraz wszystkie jego najważniejsze własności.</p> <p>Twierdzenie o macierzy odwrotnej do danej oraz wzory Cramera.</p> <p>Grupy macierzowe: liniowa, ortogonalna, unitarna.</p>	
---	--

Definicje i przykłady przestrzeni wektorowych rzeczywistej i zespolonej.  
 Pojęcia: liniowej niezależności wektorów oraz powłoki liniowej i podprzestrzeni wektorowej.  
 Pojęcie bazy przestrzeni wektorowej oraz macierz przejścia między różnymi jej bazami.  
 Różne (równoważne) definicje rzędu macierzy oraz najważniejsze własności rzędu macierzy  
 a także jego związek z wymiarem powłoki liniowej rozpinanej przez skończoną rodzinę  
 wektorów.  
 Twierdzenie Kroneckera – Capelliego i umiejętność wyznaczania rozwiązywać dowolnego  
 liniowego układu równań .  
 Pojęcie formy liniowej oraz odwzorowania liniowego i operatora.  
 Związek pomiędzy wymiarami jądra i obrazu odwzorowania liniowego a także związek  
 między rzędem macierzy reprezentującej odwzorowanie liniowe a wymiarem obrazu tego  
 odwzorowania.  
 Zmiana składowych formy liniowej i wektora przy zmianie bazy – wielkości ko i  
 kontrawariantne.  
 Zmiana elementów macierzowych odwzorowania liniowego (operatora) przy zmianie  
 odpowiednich baz.  
 Pojęcie formy dwuliniowej i hermitowskiej oraz prawo transformacji składowych form  
 dwuliniowych i hermitowskich przy zmianie bazy.  
 Forma kwadratowa (rzeczywista) oraz umiejętność sprowadzania jej do postaci kanonicznej  
 za pomocą metody Lagrange’a. Rozstrzyganie określoności danej formy kwadratowej.  
 Pojęcie iloczynu skalarnego - przestrzenie: euklidesowa i unitarna, nierówność Schwarz.  
 Procedura ortonormalizacji Grama – Schmidt  
 Zagadnienie własne operatora liniowego: równanie własne, wartości własne, wektory  
 własne.  
 Podstawowe twierdzenia o wartościach własnych i wektorach własnych operatorów:  
 symetrycznych, hermitowskich, unitarnych, normalnych.  
 Macierz Grama oraz zna iloczyn wektorowy i jego podstawowe własności, geometryczne  
 znaczenie wyznacznika macierzy.

#### Wykaz literatury podstawowej

Andrzej Herdegen „Wykłady z algebry liniowej i geometrii” Discepto, Kraków 2005  
 Banaszek G., Gajda W. – Elementy algebry liniowej cz. I, II, WNT, Warszawa 2002  
 Kostrikin A. I., Manin J. I. – Algebra liniowa i geometria, PWN, Warszawa 1993  
 Przybyło S., Szlachetowski A. – Algebra i wielowymiarowa geometria analityczna w zadaniach,  
 WNT, Warszawa 2005  
 Sołtysiak A. – Algebra liniowa, Wydawnictwo UAM,

#### Wykaz literatury uzupełniającej

Gancarzewicz J. – Algebra liniowa i jej zastosowania, Wydawnictwo UJ, Kraków 2004  
 Kostrikin A. I. – Wstęp do algebry, cz. II: Algebra liniowa, PWN, Warszawa 2004

Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	30
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	30
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	20
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	30
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	20
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	20
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	30
Ogółem bilans czasu pracy		180
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika 1 ECTS=30 h		6