

WYMOGI DO EGZAMINU KIERUNKOWEGO Z DYSCYPLINY MATEMATYKA DLA DOKTORANTÓW SZKOŁY DOKTORSKIEJ

ZAGADNIENIA:

1. Strategie w rozwiązywaniu problemów, przykłady.
2. Równania i nierówności funkcyjne i co dalej?
3. Znane problemy Hilberta.
4. Grafy i ich zastosowania w różnych działach matematyki.
5. Hipoteza Diraca, słaba hipoteza Diraca, twierdzenie Greena-Tao. Dowód słabej hipotezy Diraca dla układów punktów w CA 2.
6. Problem Collatza-Ulama w ujęciu metod stochastycznych i teorii układów dynamicznych.
7. Hipoteza Riemanna.
8. Wielkie twierdzenie Fermata.
9. Wybrane podobieństwa i różnice pomiędzy miarą a kategorią.
10. Charakteryzacja problemów ekstremalnych w teorii konfiguracji punktów i prostych.
11. Nierówności typu Hirzebrucha i ich konsekwencje w kombinatoryce ekstremalnej.
12. Wybrane modele geometrii nieeuklidesowych.
13. Złota proporcja w geometrii.
14. Jak układać i oceniać prace pisemne?
15. Metoda indukcyjna i dedukcyjna w nauczaniu matematyki.
16. Jak uprawiać matematykę? Na czym polega praca matematyka?
17. Różnorodność doświadczenia matematycznego.
18. Dlaczego matematyka jest użyteczna?
19. Matematyka czysta a stosowana.
20. Filozoficzne trudności aktywnego matematyka.
21. Analiza niestandardowa.
22. Eksperyment a dowód w matematyce — metodologia i przykłady.
23. Klasyczne testy pierwszości liczb naturalnych oparte na kongruencjach.
24. Liczby Fermata i liczby Mersenne'a, rozkłady na czynniki pierwsze i kryptografia z kluczem publicznym.
25. Miara Jordana zbioru: określenie, rodzina zbiorów mierzalnych, jednoznaczność, niezmienniczość, miara figury elementarnej, miara figur podobnych, związek między miarą Jordana i całką Riemanna.
26. Modele geometrii nad ciałem niearchimedesowym.
27. Aksjomaty Hilberta vs aksjomaty Euklidesa.
28. Aksjomatyka teorii mnogości, w tym rola aksjomatu wyboru.
29. Podstawowe pojęcia teorii kategorii.
30. Podstawowe problemy teorii modeli, w tym niesprzeczność, zupełność i rozstrzygalność.
31. Wybrane zagadnienia analizy rzeczywistej i analizy funkcjonalnej.
32. Krzywe i powierzchnie gładkie.
33. Geometria wewnętrzna powierzchni gładkich.
34. Dyskretnie procesy stochastyczne.
35. Ciągłe procesy stochastyczne.
36. Psychologiczno-matematyczne procesy myślenia.
37. Wybrane aspekty procesu nauczania - uczenia się matematyki.
38. Rola przykładowych faktów i aktywności specyficznych dla matematyki.
39. Różne metody lokalizowania widma macierzy.
40. Modelowanie matematyczne - wprowadzenie, metody i wybrane zagadnienia.

LITERATURA:

1. M. Aigner, G. M. Ziegler, Dowody z Księgi, PWN, Warszawa 2002.
2. M. Alder, An Introduction to Mathematical Modelling, HeavenForBooks.com, 2001.
3. J. Borwein, D. Bailey, Mathematics by experiment: Plausible Reasoning in the 21st Century, AK Peters, Natick 2004.
4. J. Carlson, A. Jaffe, A. Wiles (Eds.), The millennium prize problems, AMS, Providence, Rhode Island, Clay Mathematics Institute, Cambridge, Massachusetts, 2006.
5. M. P. do Carmo, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, 1976.
6. F. Corbalan, Złota proporcja. Matematyczny język piękna, RBA Colleccionables, Warszawa 2012.
7. P. J. Davis, R. Hersh, E. A. Marchisotto, The mathematical experience. With an introduction by Gian-Carlo Rota. Study edition. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1995.
8. P. Erdős, G. B. Purdy, Extremal problems in combinatorial geometry, w: R.L. Graham (Ed.) et al., Handbook of combinatorics. Vol. 1-2, Elsevier (North-Holland), Amsterdam, 1995, 809 — 874.
9. J. Gomez, Tam, gdzie proste są krzywe. Geometrie nieeuklidesowe, RBA Colleccionables, Warszawa 2012.
10. B. Grell, Wstęp do matematyki. Zbiory, struktury, modele, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2006.
11. G. R. Grimmett, D. R. Stirzaker, Probability and Random Processes, Oxford University Press, Oxford 2001.
12. G. Hardy, Apologia matematyka, Wyd. Prószyński i S-ka, Warszawa 1997.
13. M. Harris, Mathematics without apologies: Portrait of a problematic vocation, Princeton University Press, Princeton 2015.
14. R. Hartshorne, Geometry: Euclid and Beyond, Springer, New York 2000.
15. V. Klee, S. Wagon, Old and New Unsolved Problems in Plane Geometry and Number Theory, The Dolciani Mathematical Expositions 11, The Mathematical Association of America, Washington DC 1991.
16. S. G. Krantz, An Episodic History of Mathematics: Mathematical Culture Through Problem Solving, Mathematical Association of America, 2010.
17. S. G. Krantz, How to teach mathematics, AMS, Providence, Rhode Island, 2015.
18. S. Mac Lane, Mathematics Form and Function, Springer, New York 1986.
19. M. Marcus, H. Minc, A survey of matrix theory and matrix inequalities, Allyn and Bacon, Boston 1964.
20. Z. Moszner, O mierzeniu w matematyce, Biblioteczka matematyczna (tom 10), Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1961.
21. J. C. Oxtoby, Measure and Category, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York Heidelberg Berlin 1971.
22. P. Ribenboim, Mała księga wielkich liczb pierwszych, WNT, Warszawa 1997.
23. T. Tao, Solving Mathematical Problems: A personal Perspective, Oxford University Press, Oxford 2006.
24. T. Tao, An Epsilon of Room, I: Real Analysis, Graduate Studies in Mathematics vol. 117, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2010.
25. D. Tall (Ed.), Advanced mathematical thinking, Mathematics Education Library vol. 11, Kluwer Academic Publishers, New York Boston Dordrecht London Moscow 1991.